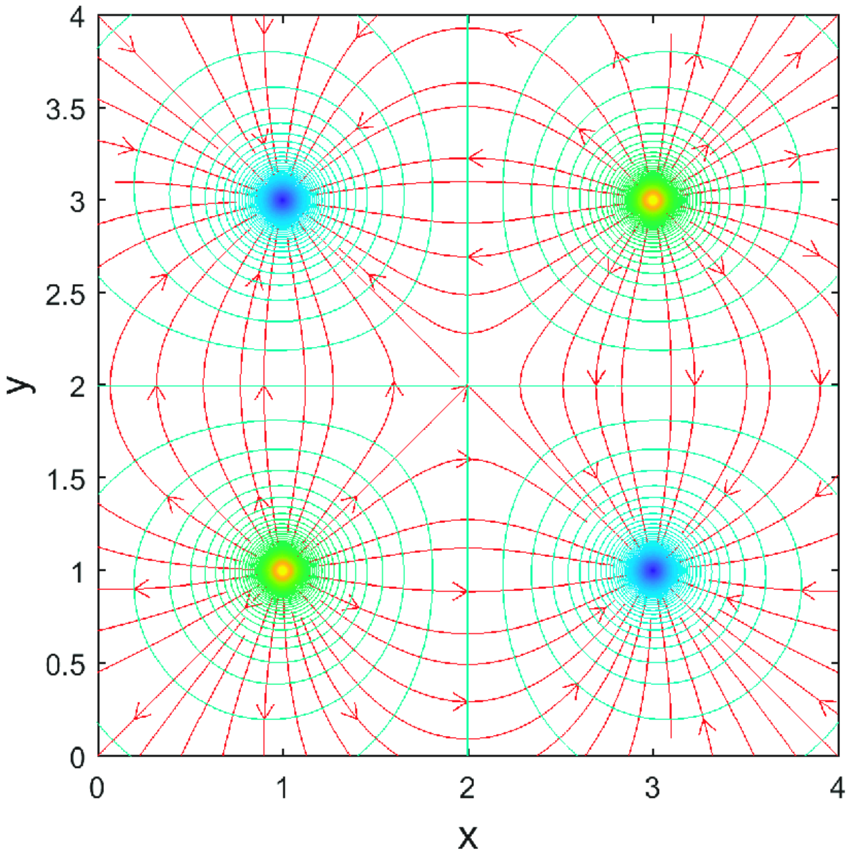
62.03 Física II A / 62.04 Física II B / 82.02 Física II

Departamento de Física

.UBAfiuba
FACULTAD DE INGENIERÍA

El flujo del campo eléctrico.
Teorema de Gauss *(1.4 del apunte)*

Dado un campo vectorial $\vec{F}$, buscamos más información que la que obtenemos de gráficas de líneas de campo.

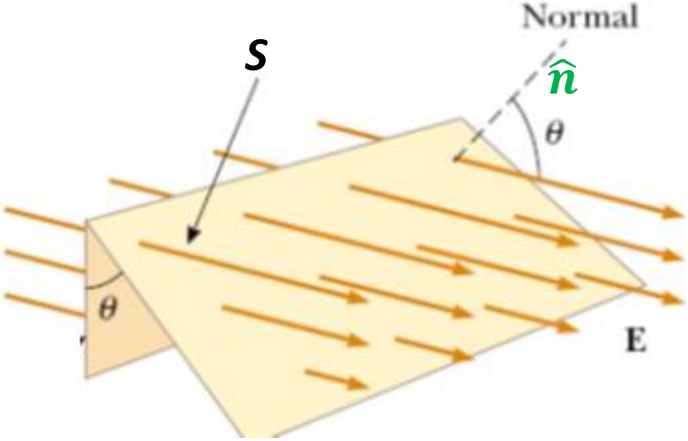


Teorema del flujo, de la divergencia o de Gauss

$$\Phi = \int_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

$$\oiint \vec{F}.d\vec{S} = \iiint \vec{\nabla}.\vec{F}\ \mathrm{dV}$$

FLUJO DEL CAMPO ELECTRICO

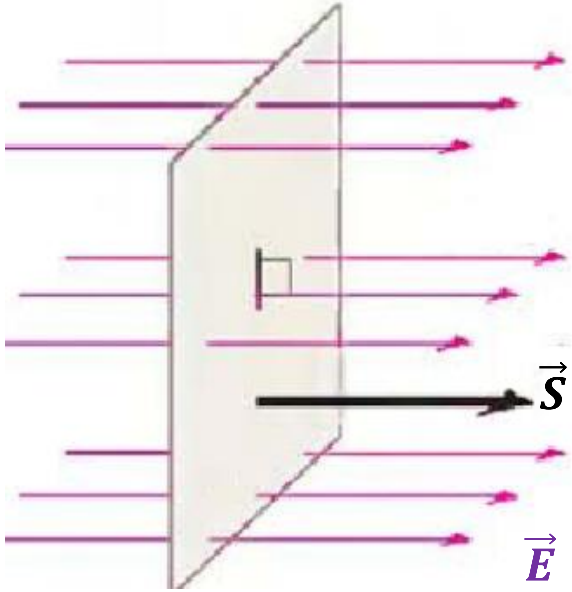


$$\emptyset_E = \iint \vec{E}(\vec{r}).d\vec{S}$$

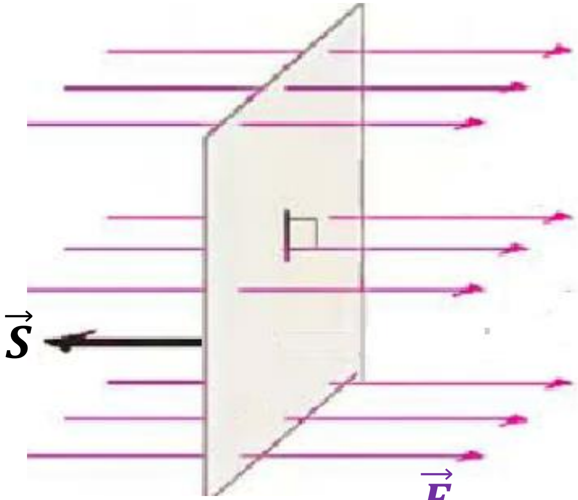
$$[\emptyset_E] = \frac{N}{C}m^2$$

$$d\vec{S} = \hat{n}dS$$

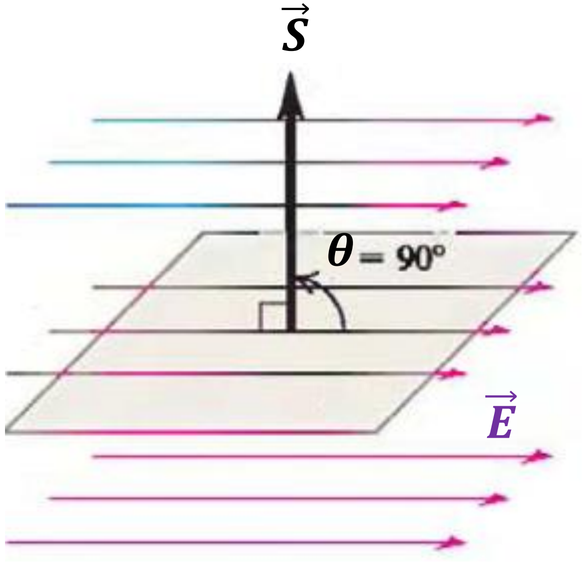
$$\emptyset_E = \iint \vec{E}(\vec{r}).\hat{n}\,dS = \iint E.\cos\theta_i \;\, dS$$



$\theta = 0$ $\emptyset_E$ *máximo >0*

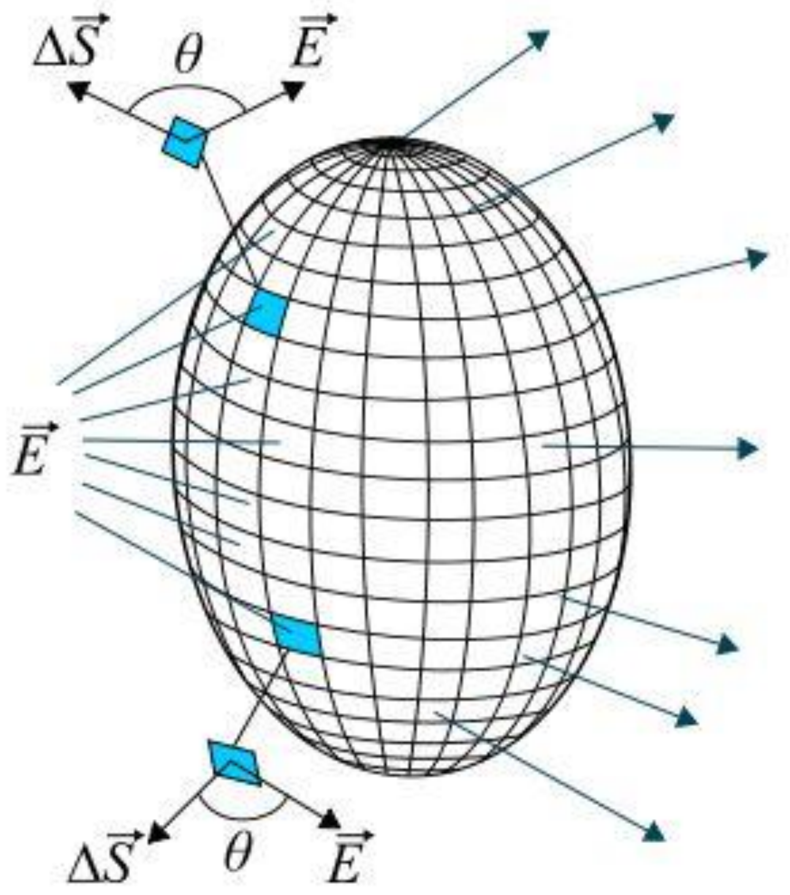


$\theta = 180°$ $\emptyset_E$ *< 0*



$\theta = 90°$ $\emptyset_E$ *=0*

Teorema de Gauss



$$\oiint \vec{E} . d\vec{S} = \iiint \operatorname{div}\left(\vec{E}\right) dV$$

$$d\vec{s} = \hat{n}\, ds$$

Normal saliente

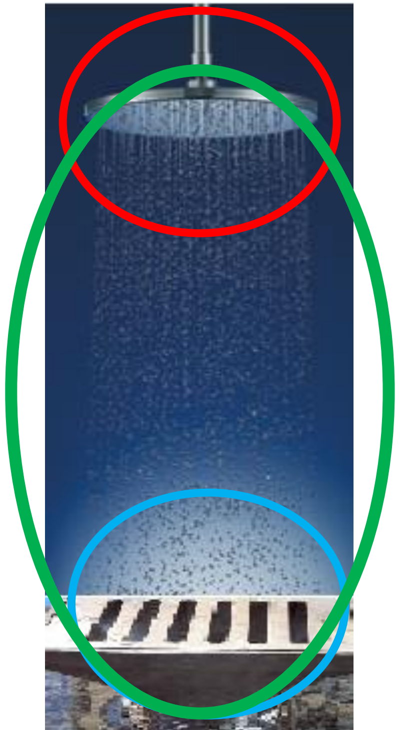
Superficie cerrada....

que encierra el volumen

$$\oint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_V \operatorname{div}(\vec{F})\, dV$$

La ducha es una fuente de agua. El flujo a través de la superficie roja es positivo porque el elemento de área *dS* y el de velocidades *v* forman un ángulo menor a 90°

El flujo a través de la superficie roja es nulo

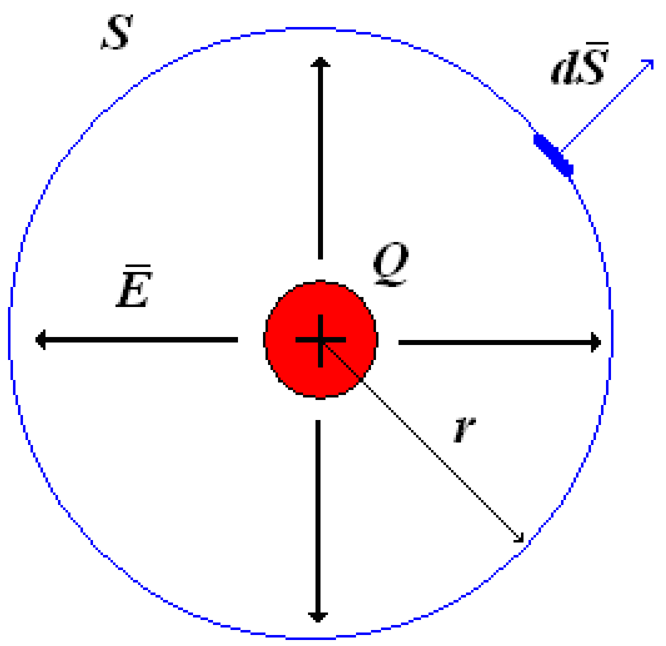


1) Si Φ>0 hay fuentes dentro de volumen *V*. → **Q >0**

3) La suma de fuentes y sumideros es nula → $\sum Q = 0$

2) Si Φ <0 hay sumideros → **Q >0**

Ahora con el campo eléctrico de una carga puntual



$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

$$d\vec{s} = \hat{n}\,ds = \hat{r}\,dS$$

$$\emptyset = \oiint \vec{E}(\vec{r})\,.\,d\vec{S} = \oiint \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\underbrace{\hat{r}.\,\hat{r}}_{=1}\,\mathrm{dS}$$

$$dS = r^2 sen\theta\, d\theta\, d\varphi$$

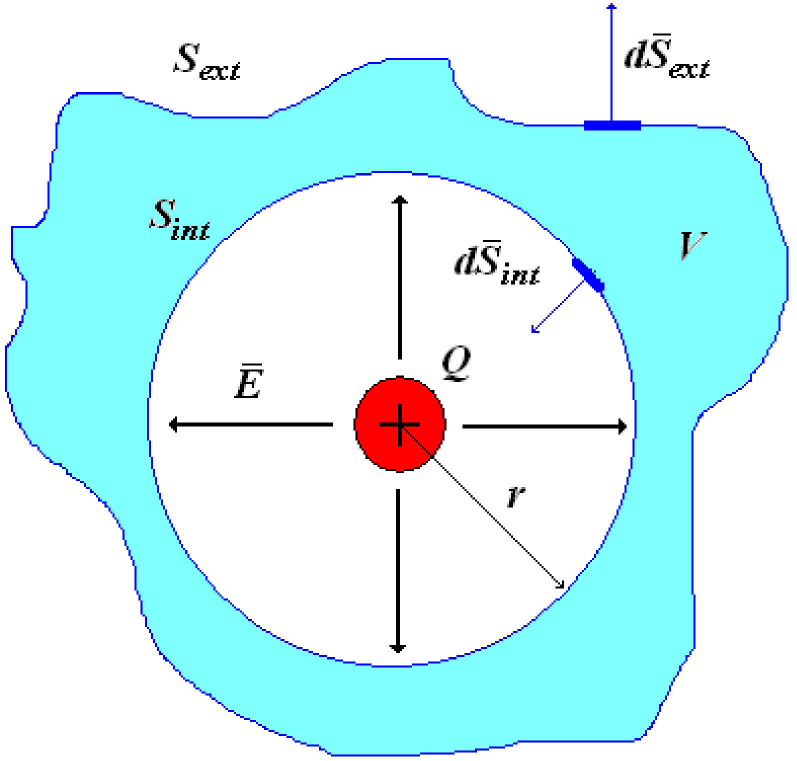
$$\emptyset = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\oiint \mathrm{dS} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\,4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\emptyset = \frac{Q}{\varepsilon_0}}$$

¿Si se toma cualquier superficie cerrada? ¿Por ejemplo , la sup. celeste?

$$\oiint \vec{E}.d\vec{S} = \iiint div\,(\vec{E})dV$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$



$$\mathrm{div}(\vec{E}) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2E_r) + \frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin(\theta)\,E_\theta) + \frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial E_\varphi}{\partial\varphi}$$

$$E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \qquad E_\theta = 0 \qquad E_\varphi = 0$$

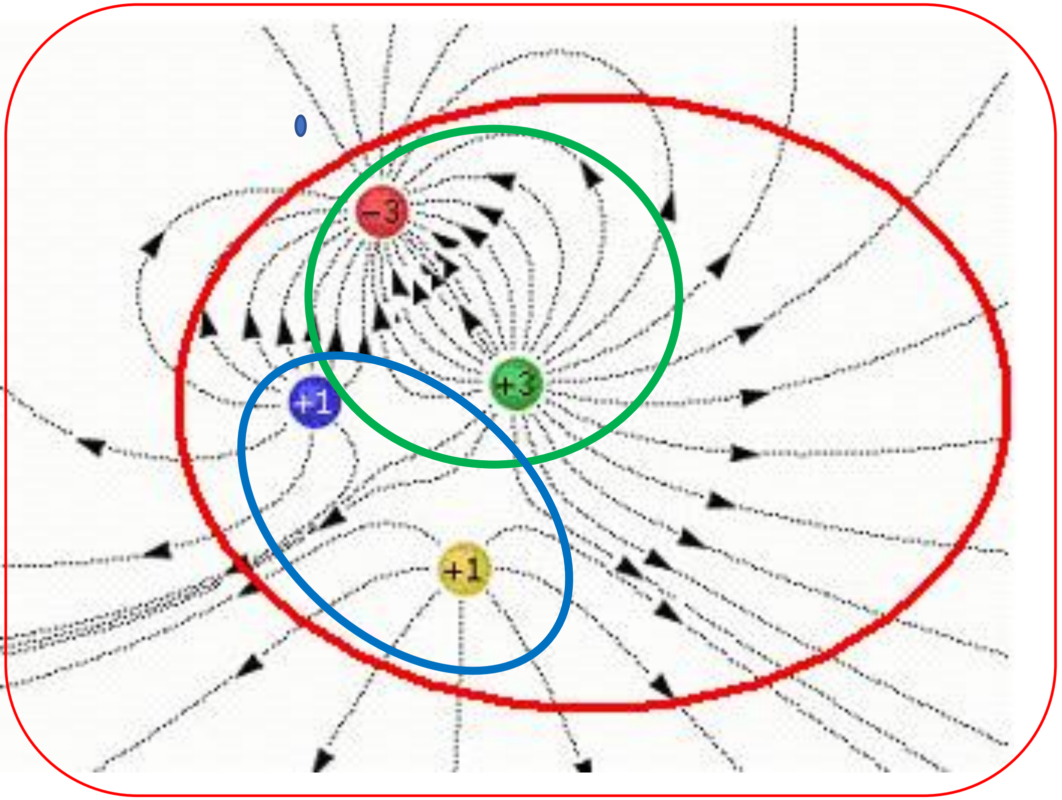
para $r \neq 0$ $\qquad \mathrm{div}(\vec{E}) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2E_r) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\right) = 0$

$$\Phi = \Phi_{int} + \Phi_{ext} = 0$$
$$\Phi_{ext} = -\Phi_{int}$$

$\longrightarrow$ Como la normal $d\vec{S}_{int} = -dS\,\hat{r}$ $\longrightarrow$ $\Phi_{int} = -\frac{Q}{\varepsilon_0}$

$$\boxed{\oiint \vec{E}(\vec{r})\,.\,d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}}$$

El resultado no depende de la superficie. Usamos Principio de Superposición y obtenemos:



$$\boxed{\oint\!\!\!\oint \vec{E}(\vec{r})\,.\,d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}}$$

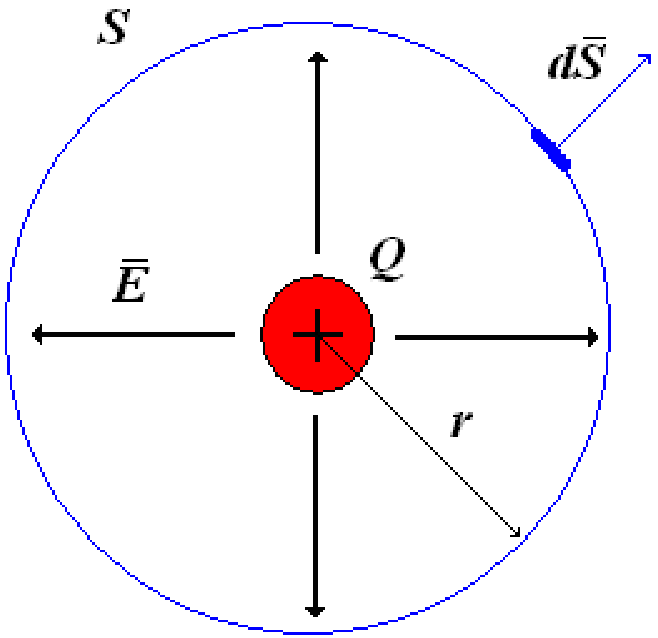
$$\oint\!\!\!\oint \vec{\mathrm{E}}.\,\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} = \iiint \mathrm{div}\,(\vec{\mathrm{E}})\mathrm{dV}$$

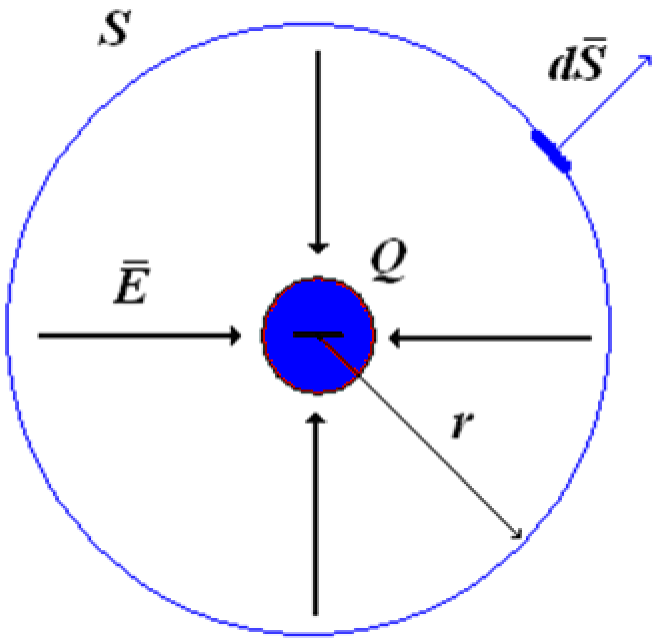
$$\frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint \rho(\vec{r})dV = \iiint \mathrm{div}\,(\vec{\mathrm{E}})\mathrm{dV}$$

$$\emptyset_R = \frac{2C}{\varepsilon_0} \qquad \emptyset_V = \frac{0}{\varepsilon_0} \qquad \emptyset_A = \frac{2C}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0} = \mathrm{div}(\vec{E})}$$

Ley de Gauss





Observar el signo del producto escalar entre el campo y el elemento de área

1) Las cargas positivas son “fuentes” de campo.
2) Las negativas son “sumideros”.

$\vec{E}$ está determinado por TODAS LAS CARGAS.

$\emptyset_{\boldsymbol{E}}$ a través de S depende sólo de las que están dentro.